REVISTA CIENTÍFICA

FACULTAD DE CIENCIAS PURAS

LÓGICA DIFUSA EN LA EVALUACIÓN DE PROYECTOS DE INVERSIÓN

LOGICA DIFUSA EN LA EVALUACION DE PROYECTOS DE INVERSION

FUSE LOGIC IN THE EVALUATION OF INVESTMENT PROJECTS

Carmen Inés Barrientos Seborga[1]
bscarmen@gmail.com
Investigador Independiente. La Paz, Bolivia.

Oscar Gunnar Barrientos Enriquez[2]
oscarbaren3@gmail.com
Universidad Autónoma Tomás Frías. Potosí, Bolivia.

Resumen. La lógica difusa es una lógica multivaluada. A diferencia de la lógica clásica donde sólo existe dos valores de veracidad, Falso o Verdad; la lógica difusa, admite valores o grados de verdad cualquiera dentro de una escala de valores intermedios entre estos valores extremos de falsedad total y de verdad absoluta.

En ese contexto, se introducen números borrosos para representar cantidades estimadas u observadas. En particular se usan los números borrosos triangulares para calcular el criterio económico VAN en su versión borrosa, como método alternativo para la evaluación de un proyecto de inversión de tal manera que permita incluir la incertidumbre que todo proyecto tiene asociado.

Summary. Fuzzy logic is a multivalued logic, unlike classical logic where there are only two truth values, False or True; fuzzy logic admits any values or degrees of truth within a scale of intermediate values between these extreme values of total falsity and absolute truth.

In this context, fuzzy numbers are introduced to represent estimated or observed quantities. In particular, the triangular fuzzy numbers are used to calculate the economic criterion VAN in its fuzzy version, as an alternative method for the evaluation of an investment project in such a way that it allows including the uncertainty that every project has associated.

Clasificación JEL: C6

Palabras clave: Análisis difuso, VANB.

1. INTRODUCCIÓN.

La lógica difusa conocida también como lógica borrosa, fue formulada por Lotfy A. Zadeh en 1965 como una generalización de la lógica clásica. En efecto, a diferencia de la lógica clásica que admite sólo dos valores de verdad, Falso o Verdad (F o V). La lógica difusa, utiliza expresiones que no son ni completamente falsas ni absolutamente verdaderas; es decir, pueden tomar un valor de verdad cualquiera dentro de una escala de valores intermedios entre estos valores extremos de falsedad total y de verdad absoluta.

[1]Doctorado en Gestión de Desarrollo y Políticas Públicas.
[2]M.Sc. Mathematics Texas A&M University. U.S.A.

La lógica difusa permite el tratamiento de la incertidumbre, aportando así, herramientas formales para representar la incertidumbre y la vaguedad.

En los últimos años, la lógica difusa ha dado lugar al estudio de otros tópicos de la matemática, surgiendo así la matemática borrosa o difusa, y sus aplicaciones se encuentran en el tratamiento de la incertidumbre y de la vaguedad, es decir, de la información imprecisa, cuando no es posible obtener valores precisos ni aplicar herramientas propias sobre probabilidad.

Aquí, se introducen nociones básicas sobre conjuntos borrosos, números borrosos y operaciones entre ellos, para representar cantidades estimadas u observadas. En particular se usan los números borrosos triangulares para calcular el criterio económico VAN en su versión borrosa, como método alternativo para la evaluación de un proyecto de inversión de modo que permita incluir la incertidumbre generada por las estimaciones subjetivas para el futuro realizadas por expertos, pero que no cuentan con información suficiente para determinar sus probabilidades de ocurrencia.

En ese contexto, el presente trabajo tiene como finalidad aplicar los números borrosos triangulares en la evaluación de proyectos de inversión, identificados como Proyectos de Desarrollo Empresarial Productivo, de modo que considere la incertidumbre y el tratamiento del riesgo que todo proyecto de inversión tiene asociado.

El desarrollo del trabajo ha sido organizado bajo la siguiente estructura. En la Sección 2, se presenta el marco teórico referencial, que incluye la teoría básica sobre lógica difusa, los conjuntos borrosos, los números borrosos triangulares y las operaciones básicas entre números borrosos, se cierra la sección presentando el criterio económico Valor Actual Neto Borroso (VANB) que considera la incertidumbre asociada a los proyectos de inversión, toda vez que la lógica borrosa permite su tratamiento. En la Sección 3, se presenta la aplicación de la lógica difusa en la evaluación de un proyecto de inversión comparándolo con los resultados obtenidos en el caso de condiciones de certidumbre. Finalmente, en la última sección, se presentan las principales conclusiones del trabajo desarrollado.

2. BREVE MARCO CONCEPTUAL.

2.1. Conjuntos Difusos o Borrosos.

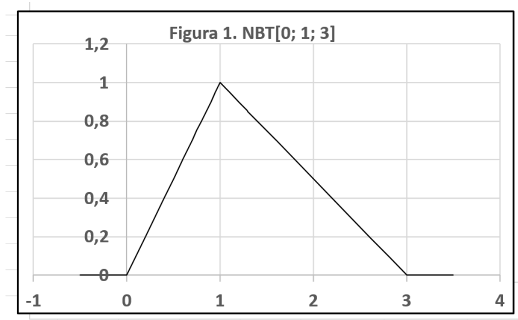
La lógica difusa se inicia en el análisis de la relación de los conceptos de incertidumbre y vaguedad con la lógica clásica. Sin embargo, ésta se clarifica con la introducción de los conjuntos difusos, que se definen por funciones características o de pertenencia, cuyos valores no son sólo los números 0 y 1, como en los conjuntos clásicos, sino los números en el intervalo $[0,1]$; la pertenencia deja de ser abrupta para ser graduada.

En ese sentido, un subconjunto A de un conjunto universal o de referencia U, se determina por medio de su función característica

$\aleph_A : U \to \{0,1\}$, definida por: $\aleph_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{Si } x \text{ está en } A \\ 0 & \text{Si } x \text{ no está en } A \end{cases}$.

Claramente, la función característica de un conjunto A especifica si un elemento pertenece o no al conjunto A.

Al generalizar esta idea permitiendo que el conjunto de imágenes esté en el intervalo $[0,1]$ en lugar del conjunto de dos elementos $\{0,1\}$, surge la definición de conjunto borroso o difuso.



Un subconjunto difuso o borroso A, de un conjunto universal o de referencia U, es una función $\mu_A : U \to [0, 1]$. Se suele denotar por A, $\overline{A}$, $\tilde{A}$, y también por μ_A. En el primer caso se dice que es la etiqueta lingüística y μ_A se conoce como la función característica o función de pertenencia, donde $\mu_A(u)$ es el grado de pertenencia de μ en el conjunto difuso A.

2.2. Números Borrosos Triangulares.

Un número borroso triangular (NBT) puede definirse como aquel subconjunto borroso que se halla formado por una secuencia finita o infinita de intervalos de confianza, que surgen de asignar un nivel de confianza α a los valores de un conjunto referencial dado, el que define su grado de pertenencia; medido a través de sus funciones características de pertenencia lineales, expresadas como $\mu(x)$. (Rico y Tinto, 2008)

Un número borroso triangular que expresa la imprecisión de un dato numérico, se denota por:

(1.1) $A = [a_1; a_2; a_3]$ siendo $a_1 \leq a_2 \leq a_3$. Esta notación implica simplicidad en el cálculo tanto de los números borrosos en sí como de las operaciones entre ellos. Posee tres valores críticos: El valor central a_2, es el más posible, tiene el nivel de confianza mayor, esto es, $\alpha = 1$. Los valores extremos a_1 y a_3 tienen niveles de confianza $\alpha = 0$. La variable en cuestión no toma valores más allá de estos extremos. Un número borroso triangular se expresa también a través de su función característica o de pertenencia $\mu_A(x)$ que se define por trazos.

Donde $\mu_A(x)$ representa el grado de confianza, cuyo valor va desde cero hasta uno. Los números borrosos, también pueden ser representados a través de la función $\mu_A(x)$ que indica los niveles de confianza α de dicho número borroso para cada valor $x \in R$.

Por ejemplo, el número borroso triangular definido como $A = [0; 1; 3]$ se representa en la Figura 1, y se expresa como:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad x \leq 0 \\ x & \text{si} \quad 0 < x \leq 1 \\ -\frac{1}{2}(x-3) & \text{si} \quad 1 < x \leq 3 \\ 0 & \text{si} \quad 3 < x. \end{cases}$$

2.2.1. Operaciones con Números Borrosos Triangulares.

Dados dos números borrosos triangulares $A = [a_1; a_2; a_3]$ y $B = [b_1; b_2; b_3]$, se define las siguientes operaciones:

1. Suma $A + B = [a_1 + b_1; a_2 + b_2; a_3 + b_3]$
2. Resta $A - B = [a_1 - b_3; a_2 - b_2; a_3 - b_1]$
3. Multiplicación $A(.)B = [c_1; c_2; c_3]$; donde $c_1 = \min\{a_1b_1; a_1b_3; a_3b_1; a_3b_3\}$; $c_2 = a_2b_2$; $c_3 = \max\{a_1b_1; a_1b_3; a_3b_1; a_3b_3\}$
4. División $A(:)B = A(.)B^{-1}$ donde $B^{-1} = [\frac{1}{b_3}; \frac{1}{b_2}; \frac{1}{b_1}]$, con $b_1 \neq 0$, $b_2 \neq 0$, $b_3 \neq 0$, es el inverso de B.

Así $A(:)B = [c_1; c_2; c_3]$; donde $c_1 = \min\{\frac{a_1}{b_3}; \frac{a_1}{b1}; \frac{a_3}{b_3}; \frac{a_3}{b_1}\}$; $c_2 = \frac{a_2}{b_2}$; $c_3 = \max\{\frac{a_1}{b_3}; \frac{a_1}{b_1}; \frac{a_3}{b_3}; \frac{a_3}{b_1}\}$. Por ejemplo, si $A = [8; 10; 12]$ y $B = [2; 5; 8]$, entonces

1. $A + B = [10; 15; 20]$,
2. $A - B = [0; 15; 10]$
3. $A(.)B = [c_1; c_2; c_3]$; donde $c_1 = \min\{16; 64; 24; 96\} = 16$; $c_2 = 50$; $c_3 = \max\{16; 64; 24; 96\} = 96$. Así, $A(.)B = [16; 50; 96]$.
4. $A(:)B = A(.)B^{-1}$ donde $B^{-1} = [\frac{1}{b_3}; \frac{1}{b_2}; \frac{1}{b_1}]$, con $b_1 \neq 0$, $b_2 \neq 0$; $b_3 \neq 0$, es el inverso de B. Esto es, $A(:)B = A(.)B^{-1} = [8; 10; 12](.)[\frac{1}{8}; \frac{1}{5}; \frac{1}{2}] = [c_1; c_2; c_3]$, donde $c_1 = \min\{1; 4; \frac{12}{8}; 6\} = 1$; $c_2 = 2$; $c_3 = \max\{1; 4; \frac{12}{8}; 6\} = 6$. Así, $A(:)B = [1; 2; 6]$

3. EVALUACIÓN DE PROYECTOS.

Un proyecto de inversión se puede definir como un plan que, si se le asigna determinado monto de capital y se le proporcionan insumos de varios tipos, podrá producir un bien o un servicio, útil al ser humano o a la sociedad (Baca, 2006). En esa línea, el ciclo de un proyecto hace referencia a las diferentes etapas que recorre el proyecto desde que se concibe la idea hasta que se materializa en una obra o acción concreta; en términos generales comprende tres etapas: Pre inversión, que integra la formulación y evaluación ex ante del Proyecto, Ejecución y seguimiento, y finalmente, la Evaluación ex post.

La evaluación de un proyecto de inversión, evaluación ex ante, tiene como objetivo, conocer su rentabilidad económica y social de manera que: asegure resolver una necesidad humana en forma eficiente, segura y rentable para poder asignar los recursos económicos a la mejor alternativa (Baca, 2006). El método tradicional para la evaluación de proyectos de inversión es el del Valor Actual Neto (VAN) que se constituye en una medida de los beneficios que rinde un proyecto de inversión a lo largo de su vida útil, puede definirse como el valor presente de los flujos de ingreso producidos a lo largo de cierto periodo de tiempo, menos el flujo de egresos generado durante el mismo periodo.

El VAN se obtiene de sumar los distintos flujos de fondos futuros, actualizados por una tasa, es decir, representa la diferencia entre la sumatoria de todos los beneficios y la sumatoria de todos los costos que son actualizados a una tasa de interés fija o de descuento, como se expresa a continuación:

$$VAN = \sum_{j=0}^{n} \frac{B_j - C_j}{(1+i)^j}. \tag{1.3}$$

El método proporciona un criterio de decisión sencillo, el $VAN > 0$ indica que los beneficios generado son superiores a los costos incurridos, por lo tanto, se recomienda que el proyecto sea ejecutado.

El anterior indicador es utilizado en un escenario de certeza. Sin embargo, cuando una propuesta o proyecto de inversión es evaluado, se recomienda incluir en el análisis alguna variable o medida que considere el riesgo inherente de la propuesta, puesto que el análisis de riesgo toma en cuenta la incertidumbre que generalmente se tiene con respecto a las variables que determinan los flujos de efectivo neto de un proyecto de inversión. Al respecto, Blank y Tarquin (2000) sostienen que el hecho de permitir que un parámetro del proyecto en estudio varíe, implica que se introduce riesgo y posiblemente incertidumbre. La diferencia entre ambos radica en que, el riesgo se da cuando se anticipa que habrá dos o más valores observables para un parámetro y es posible estimar la posibilidad de que cada valor pueda ocurrir y la incertidumbre significa que hay dos o más valores observables, pero las probabilidades de su ocurrencia no pueden estimarse.

En palabras de Ramos y Aguilera (2014), en el campo de la administración financiera los NBT pueden tener su aplicación derivado del comportamiento incierto de las variables como son los flujos de efectivo, las tasas de interés o el monto de inversión. Es así que el cálculo del Valor Actual Neto Borroso ($VANB$) puede expresarse dentro de los intervalos de pertenencia de 0 a 1, mediante un valor mínimo (pesimista), un valor máximo (optimista) y la media de ambos valores (más posible).

Partiendo de la ecuación del Valor Actual Neto tradicional, la representación del VAN Borroso estará dado por:

$$VANB = -I + \sum_{n=1}^{t} F_n \frac{1}{(1+i)^n}. \tag{1.4}$$

Donde: $F_n = [x_n; y_n; z_n]$,

$$F_n = \begin{cases} x_n & \text{Pesimista} \\ y_n & \text{Más posible} \quad \text{con } x_n \leq y_n \leq z_n \\ z_n & \text{Optimista} \end{cases}$$

$$i = \begin{cases} a_n & \text{Pesimista} \\ b_n & \text{Más posible} \quad \text{con } a_n \leq b_n \leq c_n \\ c_n & \text{Optimista} \end{cases}$$

I = número real (en condiciones de certeza).

3.1. Aplicación de los NBT´s en la evaluación de proyectos

En este apartado, con el apoyo de un caso de estudio, se calcula el Valor Actual Neto, inicialmente en condiciones de certidumbre, denominado también como el método tradicional, seguido por el cálculo con la incorporación de la lógica multivaluada a través de los NBT´s, posteriormente, se compararán e interpretarán los resultados obtenidos por ambos métodos. Para los cálculos se utilizó Excel.

Considere el flujo de fondos de un proyecto de desarrollo empresarial productivo con una tasa de interés equivalente al 11%, que se muestra en la Tabla 1,

Tabla 1: Flujo de Fondos Netos (en miles de bolivianos)						
Periodo	0	1	2	3	4	5
Flujo de Fondos Netos	- 441.579,50	181.268,56	197.372,96	171.235,93	191.362,95	303.706,53

a) Cálculo del VAN bajo condiciones de certeza.

$$VAN = \sum_{j=0}^{n} \frac{F_j}{(1+i)^j}.$$

$$VAN = -441.579,50 + \frac{(4181.268,56)}{1.11} + \frac{(197.372,96)}{1,11^2} + \frac{(171.235,93)}{1,11^3} + \frac{(191.362,95)}{1,11^4} + \frac{(303.706,53)}{1,11^5}$$

$$VAN = 313.415,81$$

Al ser el valor obtenido del VAN = 313.415,81 > 0, el proyecto es rentable, por lo tanto, se recomienda su ejecución.

b) Cálculo del VAN con Números Borrosos Triangulares.

Como se mencionó en el punto 2.2, un número borroso triangular se expresa como un número impreciso: $A = [a_1; a_2; a_3]$ siendo $a_1 \leq a_2 \leq a_3$ y tomando en cuenta que los flujos de efectivos netos (F_n) y la tasa de interés (i) que son valores futuros e inciertos que generan cierto grado de incertidumbre, es necesario modelar estos datos por medio de números borrosos triangulares (NBT), con la finalidad de representar la variación lineal entre tres valores: Pesimista, Más Probable y Optimista. Para el caso de estudio, se toma $F_n = [x_n, y_n, z_n]$ es el flujo de efectivo neto para para cada periodo n, donde y_n es el flujo de efectivo neto en condiciones de certidumbre, x_n es el valor de y_n menos el10% y z_n es y_n más 10% . Así,

$$VANB = -I + \sum_{n=1}^{t} F_n \frac{1}{(1+i)^n}. \tag{1.5}$$

Utilizando intervalos α-corte en F_n ; i_n:

$$F_{(\alpha)} = [x_{n(\alpha)}; z_{n(\alpha)}] = \begin{cases} I = I(\alpha, n) = [\alpha(y_n - x_n) + x_n] \\ D = D(\alpha, n) = [\alpha(y_n - z_n) + z_n] \end{cases} \tag{1.6}$$

$$i_{(\alpha)} = [a_{n(\alpha)}; c_{n(\alpha)}] = \begin{cases} I = I(\alpha, n) = [\alpha(b_n - a_n) + a_n] \\ D = D(\alpha, n) = [\alpha(b_n - c_n) + c_n] \end{cases} \tag{1.7}$$

La ecuación general del $VANB$ definida por intervalos α-corte, viene dada por:

$$VANB_\alpha = [v_{1(\alpha)}; v_{2(\alpha)}] = \tag{1.8}$$

$$\begin{cases} -I_0 + \sum_{j=1}^{n} \min\left[\frac{x_{n(\alpha)}}{\Pi_{i=1}^{n}(1+c)_{i(\alpha)}}; \frac{x_{n(\alpha)}}{\Pi_{i=1}^{n}(1+a)_{i(\alpha)}}; \frac{z_{n(\alpha)}}{\Pi_{i=1}^{n}(1+c)_{i(\alpha)}}; \frac{z_{n(\alpha)}}{\Pi_{i=1}^{n}(1+a)_{i(\alpha)}}\right] \\ -I_0 + \sum_{j=1}^{n} \max\left[\frac{x_{n(\alpha)}}{\Pi_{i=1}^{n}(1+c)_{i(\alpha)}}; \frac{x_{n(\alpha)}}{\Pi_{i=1}^{n}(1+a)_{i(\alpha)}}; \frac{z_{n(\alpha)}}{\Pi_{i=1}^{n}(1+c)_{i(\alpha)}}; \frac{z_{n(\alpha)}}{\Pi_{i=1}^{n}(1+a)_{i(\alpha)}}\right] \end{cases}$$

En consecuencia, la información del proyecto de desarrollo empresarial productivo, expresado en Números BorrososTriangulares corresponden a:

Tabla 2: Flujo de Fondos Netos y tasa de interés (expresado en NBT´s)							
$NBT's$		$n=0$	$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=4$	$n=5$
F_n	x_n		163.141,70	177.635,66	154.112,34	172.226,66	273.335,88
	y_n	- 441.579,50	181.268,56	197.372,96	171.235,93	191.362,95	303.706,53
	z_n		199.395,42	217.110,26	188.359,52	210.499,25	334.077,18
i	a_n		0,09	0,09	0,09	0,09	0,09
	b_n		0,11	0,11	0,11	0,11	0,11
	c_n		0,12	0,12	0,12	0,12	0,12

Los intervalos α-corte de 0 a 1 correspondientes a los Flujos de Fondos Netos, (1.6) y tasa de interés (1.7) correspondientes a los 5 años (vida útil del proyecto), se presentan en las Tablas 3, 3-A y 4.

Tabla 3. Intervalos α-corte (0 a 1) de los Flujos de Fondos						
	Año 1		**Año 2**		**Año 3**	
$\boldsymbol{\alpha}$	$\mathbf{I}(\boldsymbol{\alpha},\mathbf{1})$	$\mathbf{D}(\boldsymbol{\alpha},\mathbf{1})$	$\mathbf{I}(\boldsymbol{\alpha},\mathbf{2})$	$\mathbf{D}(\boldsymbol{\alpha},\mathbf{2})$	$\mathbf{I}(\boldsymbol{\alpha},\mathbf{3})$	$\mathbf{D}(\boldsymbol{\alpha},\mathbf{3})$
1	181.269	181.269	197.373	197.373	171.236	171.236
0,9	179.456	183.081	195.399	199.347	169.524	172.948
0,8	177.643	184.894	193.426	201.320	167.811	174.661
0,7	175.831	186.707	191.452	203.294	166.099	176.373
0,6	174.018	188.519	189.478	205.268	164.386	178.085
0,5	172.205	190.332	187.504	207.242	162.674	179.798
0,4	170.392	192.145	185.531	209.215	160.962	181.510
0,3	168.580	193.957	183.557	211.189	159.249	183.222
0,2	166.767	195.770	181.583	213.163	157.537	184.935
0,1	164.954	197.583	179.609	215.137	155.825	186.647
0	163.142	199.395	177.636	217.110	154.112	188.360

Tabla 3.A. Intervalos α-corte (0 a 1) de los Flujos de Fondos. (Cont.)				
	Año 4		**Año 5**	
$\boldsymbol{\alpha}$	$\mathbf{I}(\boldsymbol{\alpha},\mathbf{1})$	$\mathbf{D}(\boldsymbol{\alpha},\mathbf{1})$	$\mathbf{I}(\boldsymbol{\alpha},\mathbf{2})$	$\mathbf{D}(\boldsymbol{\alpha},\mathbf{2})$
1	191.363	191.363	303.707	303.707
0,9	189.449	193.277	300.669	306.744
0,8	187.536	195.190	297.632	309.781
0,7	185.622	197.104	294.595	312.818
0,6	183.708	199.017	291.558	315.855
0,5	181.795	200.931	288.521	318.892
0,4	179.881	202.845	285.484	321.929
0,3	177.968	204.758	282.447	324.966
0,2	176.054	206.672	279.410	328.003
0,1	174.140	208.586	276.373	331.040
0	172.227	210.499	273.336	334.077

$$I = I(\alpha, n); D = D(\alpha, n)$$

Tabla 4. Intervalos α-corte (0 a 1) de la tasa de interés										
	Año 1		Año 2		Año 3		Año 4		Año 5	
α	I	D	I	D	I	D	I	D	I	D
1	1,11	1,11	1,11	1,11	1,11	1,11	1,11	1,11	1,11	1,11
0,9	1,11	1,11	1,11	1,11	1,11	1,11	1,11	1,11	1,11	1,11
0,8	1,11	1,11	1,11	1,11	1,11	1,11	1,11	1,11	1,11	1,11
0,7	1,10	1,11	1,10	1,11	1,10	1,11	1,10	1,11	1,10	1,11
0,6	1,10	1,11	1,10	1,11	1,10	1,11	1,10	1,11	1,10	1,11
0,5	1,10	1,12	1,10	1,12	1,10	1,12	1,10	1,12	1,10	1,12
0,4	1,10	1,12	1,10	1,12	1,10	1,12	1,10	1,12	1,10	1,12
0,3	1,10	1,12	1,10	1,12	1,10	1,12	1,10	1,12	1,10	1,12
0,2	1,09	1,12	1,09	1,12	1,09	1,12	1,09	1,12	1,09	1,12
0,1	1,09	1,12	1,09	1,12	1,09	1,12	1,09	1,12	1,09	1,12
0	1,09	1,12	1,09	1,12	1,09	1,12	1,09	1,12	1,09	1,12

Asimismo, los elementos de la Ecuación (1.8, expresado en intervalos α-corte, vienen dados por: $\left[\frac{x_{n(\alpha)}}{(\Pi_{i=1}^{n}(1+c_{i(\alpha)})} \; ; \; \frac{x_{n(\alpha)}}{(\Pi_{i=1}^{n}(1+a_{i(\alpha)})} \; ; \; \frac{z_{n(\alpha)}}{(\Pi_{i=1}^{n}(1+c_{i(\alpha)})} \; ; \; \frac{z_{n(\alpha)}}{(\Pi_{i=1}^{n}(1+a_{i(\alpha)})}\right]$ y su cálculo se muestra en el Anexo en las Tablas A.1. al A.4.

Los valores mínimos y máximos de cada intervalo α-corte correspondientes a los 5 años, calculados según (1.8), se presentan en las Tablas 5 y 6 , donde se muestran además las sumas correspondientes a los valores mínimos y máximos para cada α-corte, posteriormente descontando la inversión (441.579,50) y ordenando los valores de manera ascendente se obtiene el VAN Borroso: $VANB =$ [219.938; 313.415 ; 435.787].

Tabla 5. Valores Mínimos de cada intervalo de α-corte							
	VALORES MÍNIMOS					INVERSIÓN = 441.580	
α	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4	Año 5	SUMA	VANB
1	163.305	160.192	125.206	126.057	180.235	754.995	313.415
0,9	161.526	158.305	123.620	124.347	177.631	745.430	303.850
0,8	159.751	156.424	122.041	122.649	175.048	735.913	294.333
0,7	157.979	154.550	120.471	120.962	172.484	726.446	284.866
0,6	156.210	152.682	118.908	119.286	169.941	717.027	275.447
0,5	156.210	152.682	118.908	119.286	169.941	717.027	275.447
0,4	152.681	148.966	115.806	115.966	164.915	698.334	256.754
0,3	150.922	147.117	114.266	114.322	162.432	689.059	247.479
0,2	149.166	145.275	112.735	112.688	159.968	679.832	238.252
0,1	147.412	143.440	111.211	111.065	157.523	670.651	229.071
0	145.662	141.610	109.694	109.453	155.098	661.518	219.938

Tabla 6. Valores Máximos de cada intervalo de α-corte

	VALORES MÁXIMOS					INVERSIÓN = 441.580	
α	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4	Año 5	SUMA	VANB
1	163.305	160.192	125.206	126.057	180.235	754.995	313.415
0,9	165.236	162.379	127.144	128.239	183.686	766.684	325.104
0,8	167.174	164.580	129.101	130.448	187.188	778.491	336.911
0,7	169.118	166.796	131.077	132.684	190.742	790.417	348.837
0,6	171.070	169.028	133.071	134.947	194.348	802.464	360.884
0,5	173.029	171.274	135.085	137.239	198.007	814.633	373.053
0,4	174.995	173.536	137.118	139.558	201.720	826.926	385.346
0,3	176.968	175.813	139.170	141.906	205.487	839.345	397.765
0,2	178.949	178.105	141.243	144.282	209.311	851.890	410.310
0,1	180.937	180.413	143.335	146.688	213.190	864.563	422.983
0	182.932	182.737	145.448	149.123	217.127	877.367	435.787

Figura 2. VAN Borroso del Proyecto

α	VANB	
0	219.938	Valor pesimista
0,1	229.071	
0,2	238.252	
0,3	247.479	
0,4	256.754	
0,5	266.077	
0,6	275.447	
0,7	284.866	
0,8	294.333	
0,9	303.850	
1	313.415	Valor más posible.
0,9	325.104	(VAN en condiciones de certeza)
0,8	336.911	
0,7	348.837	
0,6	360.884	
0,5	373.053	
0,4	385.346	
0,3	397.765	
0,2	410.310	
0,1	422.983	
0	435.787	Valor optimista

Como se puede observar, el proyecto presenta un VANB que se encuentra entre una ganancia de 219.938 (valor en un escenario pesimista) y de 435.787 (valor en un escenario optimista), sin embargo, lo más posible es una rentabilidad de 313.415 (valor más más posible); lo anterior se expone en la Figura 2. Por supuesto se recomienda la ejecución del proyecto.

4. CONCLUSIONES

De acuerdo con el propósito planteado en el presente trabajo, las principales conclusiones se enmarcan en los siguientes aspectos:

En situaciones donde la información con la que se trabaja es cierta, la matemática tradicional es de correcta aplicación, sin embargo, en un marco de incertidumbre, la matemática borrosa permite tomar mejores decisiones. Es así que, incorporando Números Borrosos Triangulares en la evaluación de proyectos de inversión se logró incluir la incertidumbre (que es propia a todo proyecto de inversión) con la finalidad de aplicar los números borrosos triangulares como instrumento en la evaluación de Proyectos de Inversión.

Adicionalmente, al comparar los resultados obtenidos a través del cálculo tradicional del VAN, que no incluye el análisis del riesgo del proyecto, con el VAN Borroso que si lo incorpora, se pudo identificar para el primer caso que se pasó de un escenario único que dio como resultado la rentabilidad del proyecto de Bs. 313.415,81 a un escenario dentro de un intervalo de posibilidades, cuya rentabilidad van desde Bs. 219.938 hasta Bs. 435.787. Expresado en términos borrosos corresponde a: $VANB = [219.938\ ;\ 313.415\ ;\ 435.787]$

Finalmente, es necesario mencionar que si bien es más sencillo calcular el VAN tradicional con números precisos, en el tiempo de ejecución de un proyecto ocurren situaciones imprevistas, las que requieren levantar el principio del tercer excluido que plantea la matemática tradicional, siendo una alternativa la lógica multivaluada, empleando para ello, la matemática borrosa.

5. BIBLIOGRAFIA

1. Baca G. (2006) Evaluación de proyectos, 3° edición.
2. Blank, L. y Tarquin, A. (2000). Ingeniería Económica. McGraw Hill, Santafé de Bogotá, cuarta edición.
3. Coss-Bu R. (1979), Análisis y Evaluación de Proyectos de Inversión, ITESM, México.
4. Kauffman, A. (1993), Introducción de la teoría de los subconjuntos borrosos a la gestión de las empresas.
5. Kosko (1995), Pensamiento borroso, Editorial Crítica.
6. Ministerio de Planificación, Reglamento Básico de Pre inversión, Resolución Ministerial No. 115 del 12 de mayo del 2015
7. Morello, J. (2015). Lógica Borrosa aplicada a las finanzas. Valuación de Proyectos. Buenos Aires - Argentina: Universidad CAECE.
8. Ramos, M., y Aguilera, V. (2014). Ciencias Administrativas y Sociales Handbook T-IV. Guanajuato: ECORFAN.
9. Rico, A. y Tinto, J. (2008), Matemática borrosa: algunas aplicaciones en las ciencias económicas, administrativas y contables. Contaduría Universidad de Antioquia, 52, 199-214.
10. Roldan, A. (2018), Estudio de factibilidad para la creación de una empresa dedicada a la comercialización de carne Cuy (proyecto de grado) Universidad Privada Boliviana.

11. Tuesta. C. (2014), Impacto de la gestión de la imagen institucional sobre la financiación privada de ONG. Aplicación de la metodología borrosa a un caso real, Universidad de Barcelona

12. Van, C. y Balmer, J. (1997), Corporate Identity: The Concept, Its Measurement and Management, European Journal of Marketing.

6. ANEXO

Tabla A.1. Elementos del VAN Borroso

	$\frac{x_{n(\alpha)}}{\prod_{i=1}^{n}(1+\mathrm{c})_{i(\alpha)}}$				
α	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4	Año 5
1	163.305	160.192	125.206	126.057	180.235
0,9	161.526	158.305	123.620	124.347	177.631
0,8	159.751	156.424	122.041	122.649	175.048
0,7	157.979	154.550	120.471	120.962	172.484
0,6	156.210	152.682	118.908	119.286	169.941
0,5	154.444	150.821	117.353	117.620	167.418
0,4	152.681	148.966	115.806	115.966	164.915
0,3	150.922	147.117	114.266	114.322	162.432
0,2	149.166	145.275	112.735	112.688	159.968
0,1	147.412	143.440	111.211	111.065	157.523
0	145.662	141.610	109.694	109.453	155.098

Tabla A.2. Elementos del VAN Borroso

	$\frac{x_{n(\alpha)}}{\prod_{i=1}^{n}(1+\mathrm{a})_{i(\alpha)}}$				
α	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4	Año 5
1	163.305	160.192	125.206	126.057	180.235
0,9	161.964	159.163	124.627	125.700	180.049
0,8	160.618	158.126	124.038	125.332	179.848
0,7	159.267	157.080	123.441	124.955	179.631
0,6	157.911	156.026	179.398	122.835	124.567
0,5	156.550	154.962	122.219	124.168	179.149
0,4	155.184	153.890	121.595	123.759	178.884
0,3	153.814	152.809	120.961	123.338	178.601
0,2	152.438	151.719	120.318	122.907	178.302
0,1	151.057	150.620	119.665	122.464	177.985
0	149.671	149.512	119.003	122.010	177.650

Tabla A.3. Elementos del VAN Borroso					
	$\frac{z_{n(\alpha)}}{\prod_{i=1}^{n}(1+\mathrm{c})_{i(\alpha)}}$				
α	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4	Año 5
1	163.305	160.192	125.206	126.057	180.235
0,9	164.790	161.503	126.117	126.860	181.220
0,8	166.272	162.809	127.023	127.655	182.192
0,7	167.751	164.110	127.922	128.444	183.154
0,6	169.227	165.406	128.817	129.226	184.103
0,5	170.701	166.697	129.706	130.001	185.041
0,4	172.173	167.983	130.589	130.770	185.968
0,3	173.641	169.264	131.468	131.531	186.884
0,2	175.107	170.541	132.341	132.286	187.788
0,1	176.571	171.812	133.208	133.034	188.682
0	178.032	173.079	134.071	133.776	189.564

Tabla A.4. Elementos del VAN Borroso					
	$\frac{z_{n(\alpha)}}{\prod_{i=1}^{n}(1+\mathrm{a})_{i(\alpha)}}$				
α	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4	Año 5
1	163.305	160.192	125.206	126.057	180.235
0,9	165.236	162.379	127.144	128.239	183.686
0,8	167.174	164.580	129.101	130.448	187.188
0,7	169.118	166.796	131.077	132.684	190.742
0,6	171.070	169.028	133.071	134.947	194.348
0,5	173.029	171.274	135.085	137.239	198.007
0,4	174.995	173.536	137.118	139.558	201.720
0,3	176.968	175.813	139.170	141.906	205.487
0,2	178.949	178.105	141.243	144.282	209.311
0,1	180.937	180.413	143.335	146.688	213.190
0	182.932	182.737	145.448	149.123	217.127